

Klausur zur Modellbildung und Simulation
26. Februar 2004, WS 2004/2005

Zugelassene Hilfsmittel: Ein mit Handschrift einseitig beschriebenes Konzeptpapier, kein Taschenrechner, keine sonstigen Hilfsmittel, Bearbeitungszeit: 45 Minuten

Aufgabe 1: (Horner-Schema, Newton-Verfahren und numerische Differentiation)

Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^4 - 8x^2 + 4x$.

- Berechnen Sie an der Stelle $x_0 = 2$ den Funktionswert $f(2)$ und den Wert der ersten $f'(2)$ unter Verwendung des doppelten Horner-Schemas.
- Berechnen Sie für den Startwert $x_0 = 2$ die ersten beiden Iterationsschritte x_1 und x_2 des Newton-Verfahrens zur numerischen Bestimmung der Nullstelle $f(x) = 0$.
- Bestimmen Sie die numerischen Werte der ersten und zweiten Ableitung an der Stelle $x_0 = 2$ unter Verwendung der zentralen Differenzenformeln $Df(x)$ und $D^2f(x)$ mit einer Schrittweite $h = 1$.

Aufgabe 2: (Numerische Integration)

Gegeben ist die Funktion $h(x) = -2x^3 + 3x^2 - 1$.

- Bestimmen Sie den exakten (analytischen) Wert des Integrals der Funktion $h(x)$ im Intervall $I = [1, 2]$, d.h. $\int_1^2 h(x)dx$.
- Teilen Sie das Intervall I in zwei gleiche Teilintervalle I_1 und I_2 und berechnen Sie den numerischen Wert des Integrals mit der Rechteckformel (für den Zwischenwert $\xi_i = x_i$ (linke Intervallgrenze)) und mit der Trapezformel.

Aufgabe 3: (Interpolationspolynome und Splines)

Gegeben sind folgende Meßdaten eines Prozeßablaufes:

x_k	1	2	3
y_k	4	0	1

- Wenden Sie den Newton-Algorithmus an und bestimmen Sie ein Interpolationspolynom, das die Meßdaten verbindet.
- Bestimmen Sie außerdem für obige Meßdaten eine quadratische Spline-Funktion $g(x)$ auf den beiden Teilintervallen $[1, 2]$ und $[2, 3]$ mit der Zusatzbedingung $g'_1(1) = 0$.

Viel Erfolg!